



۱) اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ باشد مقدار $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)}$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۱ ۳) -۳ ۴) -۴

۲) اگر انتهای کمان α در ناحیه‌ی اول باشد عبارت $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$ برابر کدام است؟

- ۱) $-\tan \alpha$ ۲) $-\cot \alpha$ ۳) $\tan \alpha$ ۴) $\cot \alpha$

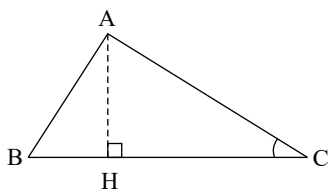
۳) حاصل عبارت $\sin(\frac{17\pi}{3}) \cos(\frac{-17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4}) \sin(\frac{-11\pi}{6})$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{1}{4}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۴) حاصل عبارت $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ با فرض $\tan 20^\circ = \frac{4}{5}$ ، کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{7}{3}$ ۴) $\frac{5}{8}$

۵) در شکل زیر، $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و $AC = 96$. اندازه ارتفاع AH کدام است؟



- ۱) ۴۸ ۲) ۵۶ ۳) ۶۴ ۴) ۷۲

۶) حاصل عبارت $\tan(285) \tan(-165) - \sin(1095) \cos(255)$ کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

- ۱) $\sin^2(15)$ ۲) $\cos^2(15)$ ۳) $-\sin^2(15)$ ۴) $-\cos^2(15)$



۷ کدام یک درست است؟

$\cos 3 > \cos 4$ (۴)

$\sin 3 > \sin 4$ (۳)

$\cos 1 < \cos 2$ (۲)

$\sin 1 > \sin 2$ (۱)

۸ کدام یک از گزینه‌های زیر با سایر گزینه‌ها برابر نیست؟

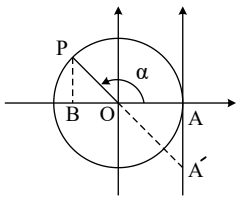
$\tan\left(\frac{23\pi}{6}\right)$ (۴)

$\cot\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ (۳)

$\cot\left(\frac{20\pi}{3}\right)$ (۲)

$\tan\left(\frac{17\pi}{6}\right)$ (۱)

۹ در دایرهٔ مثلثاتی مقابل اگر $PB = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، آن گاه حاصل $AA' \cdot \cos \alpha$ کدام است؟



$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

$\frac{3}{2}$ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

۱۰ اگر $x = \frac{3\pi}{2}$ ، مقدار عبارت $A = \frac{\sin 2x \cdot \sin 4x}{\cos 3x \cdot \sin 6x}$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha, \quad \sin(3\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha, \quad \cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 5$$

تک تک جملات را بر $\cos \alpha$ تقسیم می‌کنیم

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

می‌دانیم:

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \left| \frac{1}{\sin \alpha} \right| = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \xrightarrow[\text{ضرب و تقسیم می‌کنیم}]{\text{در مزدوج مخرج}} \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha}}$$

$$= \left| \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right| = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

پس:

$$\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

هر کدام از نسبت‌های مثلثاتی داده شده را حساب می‌کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$\sin \frac{17\pi}{3} = \sin\left(6\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{17\pi}{6}\right) = \cos \frac{17\pi}{6} = \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{19\pi}{4} = \tan\left(5\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$



$$\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right) = -\sin\frac{11\pi}{6} = -\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{پس: } \sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right) = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + (-1)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

ابتدا تمام زوایا را بر حسب 20° می‌نویسیم:

$$\sin 250^\circ = \sin(270^\circ - 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \quad \sin 700^\circ = \sin(720^\circ - 20^\circ) = \sin(-20^\circ) = -\sin 20^\circ$$

$$\cos 560^\circ = \cos(540^\circ + 20^\circ) = \cos(180^\circ + 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \quad \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ$$

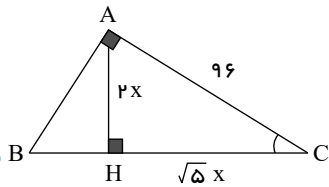
$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\sin 250^\circ + \sin 700^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ} = \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos 20^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan 20^\circ}{-1 + \tan 20^\circ} = \frac{-1 - 0.36}{-1 + 0.36} = \frac{-1.36}{-0.64} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

$$\cot C = \frac{CH}{AH} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{چون } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

$\cot C$ می‌توان $CH = \sqrt{5}x$ و $AH = 2x$ را در نظر گرفت.



$$\triangle AHC: (96)^2 = (2x)^2 + (\sqrt{5}x)^2 \rightarrow 96 \times 96 = 4x^2 + 5x^2 \rightarrow 96 \times 96 = 9x^2 \rightarrow x^2 = 32 \times 32 \rightarrow x = 32$$

$$\rightarrow AH = 2x = 64$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\tan 285^\circ = \tan(270^\circ + 15^\circ) = -\cot 15^\circ$$

$$\tan(-165^\circ) = -\tan 165^\circ = -\tan(180^\circ - 15^\circ) = \tan 15^\circ$$

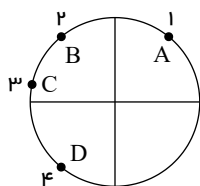
$$\sin(1095^\circ) = \sin(6 \times 180^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\cos(255^\circ) = \cos(270^\circ - 15^\circ) = -\sin 15^\circ$$

$$\text{پس: } \tan(285^\circ) \cdot \tan(-165^\circ) - \sin(1095^\circ) \cos(255^\circ) = (-\cot 15^\circ)(\tan 15^\circ) - (\sin 15^\circ)(-\sin 15^\circ)$$

$$= -1 + \sin^2 15^\circ = -(1 - \sin^2 15^\circ) = -\cos^2 15^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵



در شکل مقابل انتهای کمان نظیر زاویه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ را روی دایره مثلثاتی نشان داده‌ایم.

واضح است که عرض نقطه A کمتر از عرض نقطه B و طول نقطه A بیشتر از طول نقطه B است. پس: $\cos 1 > \cos 2$ و $\sin 1 < \sin 2$.

از طرف دیگر عرض نقطه C بزرگتر از عرض نقطه D و طول نقطه D نیز بزرگتر از طول نقطه C است، پس:

$$\sin 3 > \sin 4, \quad \cos 3 < \cos 4$$



پس تنها گزاره درست $\sin 3 > \sin 4$ است.

۸ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$۱ \quad \tan\left(\frac{17\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{18\pi - \pi}{6}\right) = \tan\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$۲ \quad \cot\left(\frac{20\pi}{3}\right) = \cot\left(\frac{21\pi - \pi}{3}\right) = \cot\left(7\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\cot\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$۳ \quad \cot\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \cot\left(\frac{6\pi + \pi}{3}\right) = \cot\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cot\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$۴ \quad \tan\left(\frac{23\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{24\pi - \pi}{6}\right) = \tan\left(4\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۹ اندازه PB برابر با $\sin \alpha$ است و چون α در ناحیه دوم است داریم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sin \alpha = PB = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\tan \alpha = -AA' \rightarrow \tan 120^\circ = -AA' \rightarrow -\sqrt{3} = -AA' \rightarrow AA' = \sqrt{3}$$

بنابراین خواسته سوال برابر است با:

$$AA' \cdot \cos \alpha = \sqrt{3} \cos 120^\circ = \sqrt{3} \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۰ ابتدا توجه کنید که: ۱ ۲ ۳ ۴

$$5x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{10}$$

بنابراین:

$$2x = \frac{6\pi}{10}, \quad 3x = \frac{9\pi}{10} \Rightarrow 2x + 3x = \frac{15\pi}{10} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = -\sin 2x$$

از طرف دیگر:

$$4x = \frac{12\pi}{10}, \quad 6x = \frac{18\pi}{10} \Rightarrow 4x + 6x = \frac{30\pi}{10} = 3\pi \Rightarrow \sin 6x = \sin(3\pi - 4x) = \sin 4x$$

در نتیجه:

$$A = \frac{\sin 2x \sin 4x}{\cos 3x \sin 6x} = \frac{\sin 2x \sin 4x}{-\sin 2x \sin 4x} = -1$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---